



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

Departamento de Estruturas

EC 702 – CONCRETO ARMADO I



EXERCÍCIOS PROPOSTOS



PROF^a. DR. MARIA CECILIA AMORIM TEIXEIRA DA SILVA

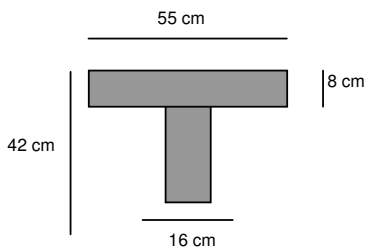
P – GR – 702 – 502

**MONITORES: SUSANA LIMA PIRES (PED)
RODOLFO G. FURTADO LIMA (PAD)
BIANCA LOPES DE OLIVEIRA (PAD)**

CAMPINAS – MARÇO/2007

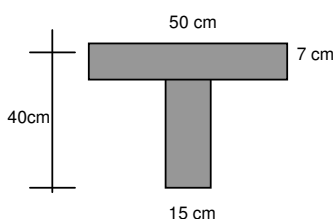
DIMENSIONAMENTO - SEÇÃO T (com uso de tabelas)

1. Calcule a armadura de flexão necessária para a viga de concreto armado com a seção apresentada abaixo, usando as tabelas de coeficientes.



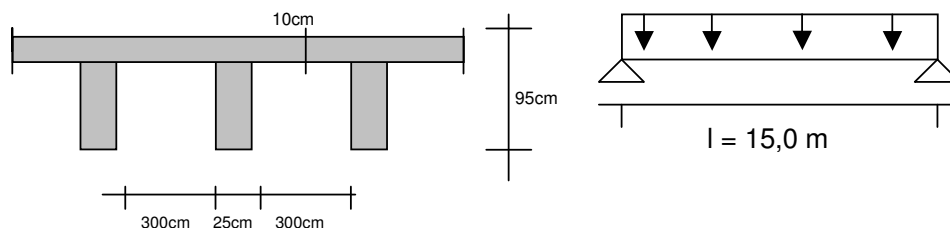
Dados: $M_k = 165 \text{ kN.m}$
 $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
aço: CA-50
 $d = h - 4 \text{ cm}$

2. Calcule a armadura de flexão necessária para a viga de concreto armado com a seção apresentada abaixo, usando as tabelas de coeficientes.

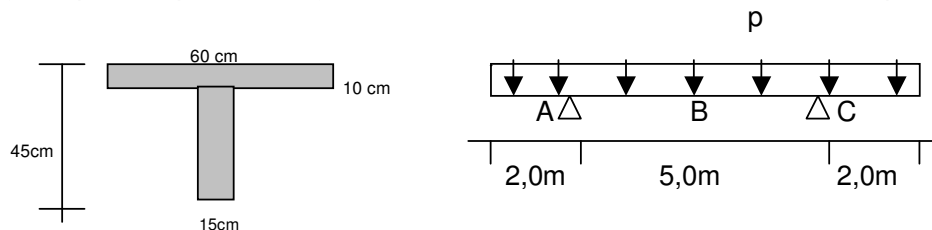


Dados: $M_k = 100 \text{ kN.m}$
 $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
aço: CA-50
 $d = h - 4 \text{ cm}$

3. Dimensione a seção mais solicitada da viga intermediária do esquema abaixo, considerando que a mesma é bi-apoiada, tem vão $l = 15,0 \text{ m}$, e está sujeita a uma carga distribuída de 50 kN/m . Dados: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$; aço CA-50.; $d = h - 5 \text{ cm}$ e $d' = 5 \text{ cm}$.



4. Calcular as armaduras para as seções A e B da viga da figura abaixo. Considere a contribuição da laje na parte superior da viga. Faça o detalhe de cada seção indicando a posição da armadura.



Dados: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$; aço CA-50.; $d = h - 4 \text{ cm}$ e $d' = 4 \text{ cm}$

Carregamento $p = g + q$

g – carga permanente = 10 kN/m
 q – sobrecarga = 15 kN/m

Seção A: situação desfavorável quando os tramos vizinhos estão com carga total ($g + q$)

Seção B: situação desfavorável – balanços sem sobrecarga

RESPOSTAS: Dimensionamento - seção T (uso de tabelas)

$$\begin{aligned}As_1 &= 8,71cm^2 \\As_2 &= 6,85cm^2 \\1) \quad As_3 &= 0,847cm^2 \\As_{total} &= As_1 + As_2 + As_3 = 16,4cm^2 \\As' &= 0,847cm^2\end{aligned}$$

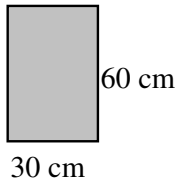
$$\begin{aligned}As_1 &= 6,84cm^2 \\2) \quad As_2 &= 3,13cm^2 \\As_{total} &= As_1 + As_2 = 9,97cm^2 \\As' &= 0cm^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3) \quad As_{total} &= 52,5cm^2 \\As' &= 0cm^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}SEÇÃO.A(RETANGULAR) \\As_{total} &= 4,44cm^2 (MESA) \\As' &= 0cm^2 \\4) \quad SEÇÃO.B(RETANGULAR) \\As_{total} &= 4,76cm^2 (ALMA) \\As' &= 0cm^2\end{aligned}$$

DIMENSIONAMENTO - FLEXÃO NORMAL COMPOSTA

1. Determinar a armadura necessária para a seção retangular sujeita as seguintes solicitações de cálculo:



$$M_d = 250 \text{ KN.m}$$

$$N_d = 175 \text{ KN}$$

Aço CA-60

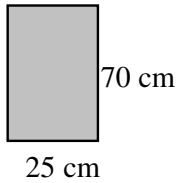
$$d = h - 5 \text{ cm}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

- a) Considerando armadura simples
- b) Para $\beta_x = 0,20$

2. Determinar a armadura necessária para a seção retangular sujeita as seguintes solicitações de serviço:



$$M = 350 \text{ KN.m}$$

$$N = 400 \text{ KN}$$

Aço CA-50

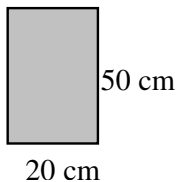
$$d = h - 5 \text{ cm}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

- a) Considerando armadura simples
- b) Domínio de β_x para o item "a"
- c) Adotando para β_x o valor correspondente à deformação do início do patamar de escoamento

3. Determinar a armadura necessária para a seção retangular sujeita as seguintes solicitações de serviço:



$$M = 65 \text{ KN.m}$$

$$N = 500 \text{ KN}$$

Aço CA-50

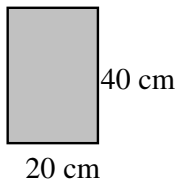
$$d = h - 5 \text{ cm}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

- a) Considerando armadura simples
- b) Para $\beta_x = 0,80$
- c) Para $\beta_x = \beta_{xy}$

4. Determinar a armadura necessária para a seção retangular sujeita as seguintes solicitações características:



$$M = 50 \text{ KN.m}$$

$$N = 900 \text{ KN}$$

Aço CA-40

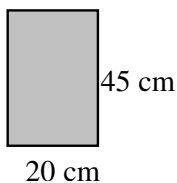
$$d = h - 4 \text{ cm}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

- a) Para $\beta_x = 1,2$
- b) Para $\beta_x = 0,90$
- c) Domínios de β_x para os itens "a" e "b"

5. Determinar a armadura necessária para a seção retangular sujeita as seguintes solicitações de serviço:



$$M = 57 \text{ KN.m}$$
$$N = 180 \text{ KN}$$

$$\text{Aço CA-46}$$
$$d = h - 5 \text{ cm}$$
$$d' = 5 \text{ cm}$$
$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

- a) Considerando armadura simples
- b) Para $\beta_x = 0,25$
- c) Domínios de β_x para os itens “a” e “b”

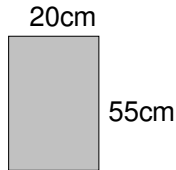
RESPOSTAS: Dimensionamento - Flexão Normal Composta

- 1) a) $A_s = 8,13 \text{ cm}^2$
b) $A_s = 7,76 \text{ cm}^2$ e $A'_s = 6,27 \text{ cm}^2$
- 2) a) $A_s = 29,7 \text{ cm}^2$
b) $\beta_x = 0,72$ - Domínio 4
c) $A_s = 17,93 \text{ cm}^2$ e $A'_s = 2,00 \text{ cm}^2$
- 3) a) $A_s = 26,04 \text{ cm}^2$
b) $A_s = 2,31 \text{ cm}^2$ e $A'_s = 0,98 \text{ cm}^2$
c) $\omega_d < 0$ e $A'_s = 2,63 \text{ cm}^2$
- 4) a) $\omega_d < 0$ e $A'_s = 6,67 \text{ cm}^2$
b) $\omega_d < 0$ e $A'_s = 7,99 \text{ cm}^2$
c) $\beta_x = 1,20$ - Domínio 5 e $\beta_x = 0,90$ - Domínio 4
- 5) a) $A_s = 3,43 \text{ cm}^2$
b) $A_s = 4,40 \text{ cm}^2$ e $A'_s = 2,43 \text{ cm}^2$
c) $\beta_x = 0,50$ - Domínio 3 e $\beta_x = 0,25$ - Domínio 2

INTERAÇÃO MOMENTO x FORÇA NORMAL

1. Para a seção abaixo, submetida a flexo-compressão, com força normal de 800 kN (valor característico) e momento fletor de 61 kN.m (valor característico), pede-se:

- o intervalo para o dimensionamento (β_x), e o domínio correspondente;
- a armadura necessária para uma posição de linha neutra que resulte em $y = 0,824d$;
- as equações de equilíbrio resultantes para que : $A_s = (1/3)A$ e $A'_s = (2/3)A$ (A = área total de armadura)

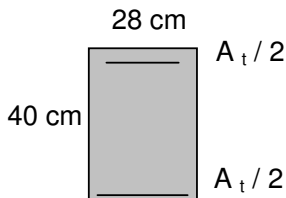


Dados: $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
aço: CA-50
 $d = h - 5 \text{ cm}$ $d' = 5 \text{ cm}$

2. Considere um elemento linear de concreto armado com a seção transversal apresentada abaixo.

Dados: $\mu_{sd} = 0,1$ e $\omega_t = 0,20$ (valores obtidos no ábaco correspondente)

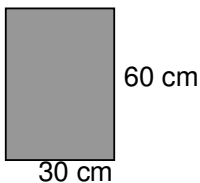
$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ aço CA-50
 $d' = 4 \text{ cm}$ $d = h - 4 \text{ cm}$



- Encontre os pares das solicitações correspondentes aos dados fornecidos. Em qual domínio cada par ocorre ?
- Supondo agora distribuição qualquer de armadura (armadura não simétrica):
 - Qual o intervalo de β_x para cada par de solicitação encontrado no item (a) ? Mencione em qual ou quais domínios cada par poderá se situar.
 - Para o par onde a compressão é predominante, qual será o valor de β_x caso se queira estabelecer, para a seção, armadura simples na região mais comprimida?
 - Considerando o par onde a flexão é predominante, determine a armadura simples na região tracionada.

3. Para a seção abaixo, submetida a flexo-compressão, com força normal de 70 kN (valor característico) e momento fletor de 200 kN.m (valor característico), pede-se:

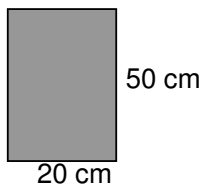
- o intervalo para o dimensionamento (β_x);
- a armadura necessária para $\beta_x = \beta_{x1}$
- a armadura necessária para $\beta_x = 0,25$



Dados: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$
aço CA-50
 $d = h - 5 \text{ cm}$ $d' = 5 \text{ cm}$

4. Para a seção abaixo, submetida a flexo-compressão, com força normal de 250 kN (valor característico) e momento fletor de 50 kN.m (valor característico), pede-se:

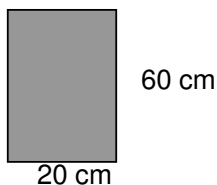
- a) o intervalo para o dimensionamento (β_x);
- b) a armadura necessária para $\beta_x = \beta_{x1}$
- c) a armadura necessária para $\beta_x = \beta_{x2}$



Dados: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$
aço CA-50
 $d = h - 4 \text{ cm}$ $d' = 4 \text{ cm}$

5. Para a seção abaixo, submetida a flexo-compressão, com força normal de 400 kN (valor característico) e momento fletor de 39 kN.m (valor característico), pede-se:

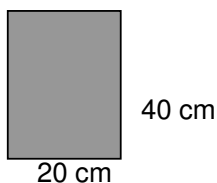
- a) o intervalo para o dimensionamento (β_x);



Dados: $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
aço CA-50A
 $d = h - 5 \text{ cm}$ $d' = 5 \text{ cm}$

6. Para a seção abaixo, submetida a flexo-compressão, com força normal de 850 kN (valor característico) e momento fletor de 50 kN.m (valor característico), pede-se:

- a) o intervalo para o dimensionamento (β_x);
- b) a armadura necessária com distribuição simétrica $A_s = A'_s = (1/2)A_t$



Dados: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
aço CA-50A
 $d = h - 4 \text{ cm}$ $d' = 4 \text{ cm}$

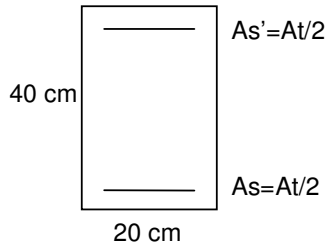
RESPOSTAS: Interação Momento x Força Normal

- 1) a) $1,0 < \beta_x < 1,06$ – Domínio 4^a
b) $A_s = 10,75 \text{ cm}^2$ $A'_s = 2,19 \text{ cm}^2$
c) $0,783 = 0,68\beta_x + 0,0203A + 0,017A(\beta_x - 1)/\beta_x$
 $0,272\beta_x^2 - 0,68\beta_x + (0,472 - 0,0182A) = 0$
- 2) a) 1º Par ($N_d = 1089,1 \text{ KN}$; $M_d = 6406,4 \text{ KN.cm}$) – Domínio 4 a
2º Par ($N_d = 80,08 \text{ KN}$; $M_d = 6406,4 \text{ KN.cm}$) – Domínio 2
b1) 1º Par ($1 < \beta_x \leq 1,03$) – Domínio 4 a
2º Par ($0,11 < \beta_x \leq 0,24$) – Domínio 2
b2) $\beta_x = 1,03$
b3) $A_s = 3,55 \text{ cm}^2$
- 3) a) $0,091 < \beta_x \leq 0,314$
b) $A_s = 12,36 \text{ cm}^2$
c) $A_s = 11,88 \text{ cm}^2$ $A'_s = 2,51 \text{ cm}^2$
- 4) a) $0,287 \leq \beta_x < 0,318$
b) $A_s = 0,11 \text{ cm}^2$
c) $A_s = A_{smin}$ $A'_s = 0,61 \text{ cm}^2$
- 5) a) $\beta_{x2} > \beta_{x1}$ - $A_s = A_{smin}$ $A'_s = 0$
- 6) a) $1 < \beta_x \leq 1,04$
b) $A_s = A'_s = 1,97 \text{ cm}^2$

DIMENSIONAMENTO - PILARES

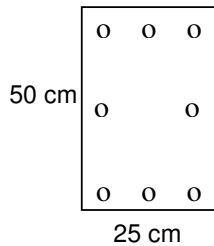
1. Calcular a armadura para o pilar abaixo das seguintes formas:

- usando os ábacos;
- usando as equações de equilíbrio que determinam os ábacos (ponto de referência no C.G. da seção);
- usando as equações de equilíbrio que determinam as tabelas (ponto de referência na armadura mais tracionada ou menos comprimida).



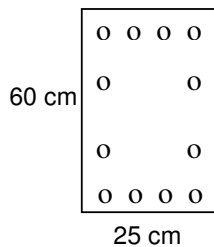
Aço CA 50
 $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$
 $N_d = 1000 \text{ KN}$
 $M_d = 57 \text{ KN.m}$
 $d = h - 4 \text{ cm}$
 $d' = 4 \text{ cm}$

2. Calcular a armadura do pilar abaixo usando os ábacos.



Aço CA 50
 $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
 $N_d = 258 \text{ KN}$
 $M_d = 128 \text{ KN.m}$
 $d = h - 5 \text{ cm}$
 $d' = 5 \text{ cm}$

3. Calcular a armadura do pilar abaixo usando os ábacos.



Aço CA 50
 $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
 $N_d = 3600 \text{ KN}$
 $M_d = 130 \text{ KN.m}$
 $d = h - 4 \text{ cm}$
 $d' = 4 \text{ cm}$

4. Deduzir as equações de equilíbrio adimensionais para duas camadas de armadura usando como ponto de referência o C.G da seção.

Obs.: $\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot w \cdot h \cdot f_{cd}}$ e $\mu_{sd} = \frac{M_d}{b \cdot w \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$

RESPOSTAS: Pilares

- 1)
 - a) $As' = 2,31 \text{ cm}^2 - 3 \phi 10 \text{ mm}$ e $As = 2,31 \text{ cm}^2 - 3 \phi 10 \text{ mm}$
 - b) $As' = 1,88 \text{ cm}^2 - 4 \phi 8 \text{ mm}$ e $As = 1,88 \text{ cm}^2 - 4 \phi 8 \text{ mm}$
 - c) $As' = 2,07 \text{ cm}^2 - 3 \phi 10 \text{ mm}$ e $As = 2,07 \text{ cm}^2 - 3 \phi 10 \text{ mm}$
- 2)
 $As1 = As3 = 5,7 \text{ cm}^2 - 3 \phi 16 \text{ mm}$
 $As2 = 3,8 \text{ cm}^2 - 2 \phi 16 \text{ mm}$
- 3)
 $As1 = As4 = 10,98 \text{ cm}^2 - 4 \phi 20 \text{ mm}$
 $As2 = As3 = 5,49 \text{ cm}^2 - 2 \phi 20 \text{ mm}$

VERIFICAÇÃO - FLEXÃO NORMAL COMPOSTA

1. Dada a seção abaixo, encontrar o momento último de solicitação:

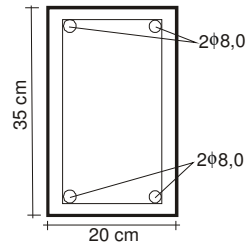
Aço CA-50

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$N_k = 450 \text{ KN}$$

$$d = h - 5 \text{ cm}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$



2. Dada a seção abaixo, determinar o máximo momento que pode ser aplicado:

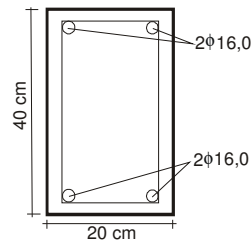
Aço CA-50

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$N_k = 800 \text{ KN}$$

$$d = h - 5 \text{ cm}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$



3. Determinar a força que pode ser aplicada na seção em serviço:

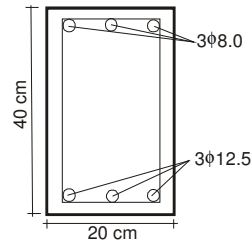
Aço CA-50

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$M_k = 5700 \text{ KN cm}$$

$$d = h - 4 \text{ cm}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$



4. Dada a seção de concreto armado abaixo determinar o máximo em serviço que pode ser aplicado na mesma:

Aço CA-50

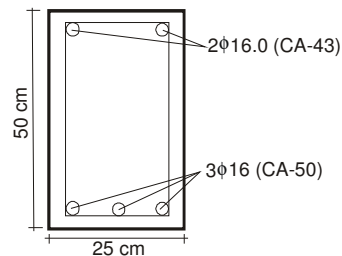
Aço CA-43

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$N_k = 1000 \text{ KN}$$

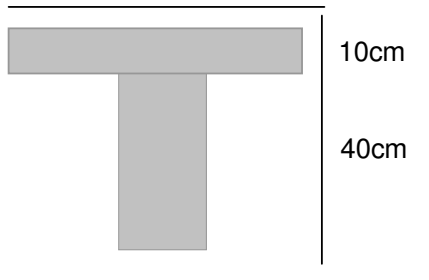
$$d = h - 5 \text{ cm}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$



5. Para uma viga submetida a flexo-compressão, com força normal de 840 KN (valor característico), cuja seção transversal é apresentada abaixo, encontre o máximo momento característico que poderá ser adotado, considerando como dados:

15 cm 15 cm 15 cm



$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

Aço: CA-50

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$d = h - 4 \text{ cm}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$

$$A_s = 3 \phi 20 \text{ mm (CA-50)}$$

$$A_s' = 4 \phi 6,3 \text{ mm (CA-45)}$$

RESPOSTAS: Verificação – Flexão Normal Composta

1) $\beta_x = 1,004$

$M_k = 26,6\text{KN.m}$

2) $\beta_x = 1,30$

$M_k = 23,44\text{KN.m}$

3) $\beta_x = 0,321$ $N_{k1} = 131,04\text{KN}$

$\beta_x = 0,811$ $N_{k2} = 509\text{KN}$

4) $\beta_x = 1,105$

$M_k = 59,6\text{KN.m}$

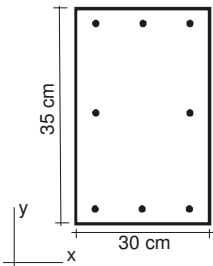
5) $\beta_x = 1,068$

$M_k = 80,26\text{KN.m}$

DIMENSIONAMENTO - FLEXÃO OBLÍQUA

- Calcular a armadura para os seguintes casos:

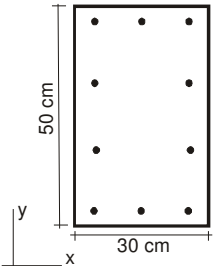
a)



8ϕ
 $N_k = 800\text{KN}$
 $M_{xk} = 4200\text{KN.cm}$
 $M_{yk} = 6000\text{KN.cm}$

$f_{ck} = 20\text{MPa}$
CA-50
 $d'_x = 4,5\text{cm}$
 $d'_y = 5,25\text{cm}$

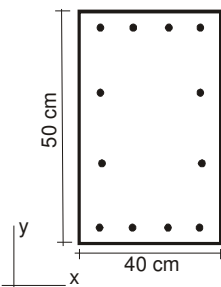
b)



10ϕ
 $N_k = 1500\text{KN}$
 $e_x = 3,5\text{cm}$
 $e_y = 6,0\text{cm}$

$f_{ck} = 25\text{MPa}$
CA-50
 $d'_x = 4,5\text{cm}$
 $d'_y = 5,0\text{cm}$

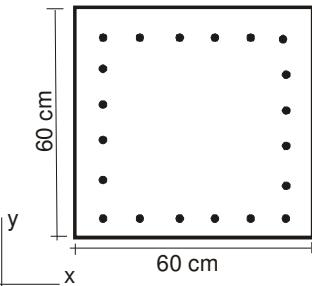
c)



12ϕ
 $N_k = 2300\text{KN}$
 $M_{xk} = 4000\text{KNcm}$
 $M_{yk} = 5000\text{KNcm}$

$f_{ck} = 20\text{MPa}$
CA-50
 $d'_x = 4,0\text{cm}$
 $d'_y = 5,0\text{cm}$

d)



20ϕ
 $N_k = 2000\text{KN}$
 $e_x = e_y = 30\text{cm}$

$f_{ck} = 25\text{MPa}$
CA-50
 $d'_x = 3,0\text{cm}$
 $d'_y = 3,0\text{cm}$

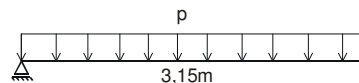
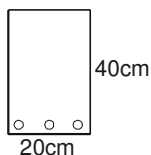
RESPOSTAS: Flexão Oblíqua

a)	$A_s = 26,21\text{cm}^2$	$8\phi 22$	b)	$A_s = 24,07\text{cm}^2$	$10\phi 20$
c)	$A_s = 31,56\text{cm}^2$	$12\phi 20$	d)	$A_s = 124,4\text{cm}^2$	$20\phi 25$

ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO

1. Verifique a viga abaixo quanto ao estado de deformação e quanto ao estado de fissuração.

Dados: $f_{ck} = 20\text{MPa}$
 Aço CA-50
 $d = h - 4\text{cm}$
 $A_s = 3\phi 10\text{mm}$



$$p = g + q = 17\text{KN/m}$$

Sendo: $g = 0,8p$ (ação permanente)

$q = 0,2p$ (ação acidental)

Fórmula da flecha para carga distribuída:
$$f = \frac{p.l^4}{184,5.EI}$$

Momento máximo no vão: $M_{\max} = \frac{pl^2}{14,22}$ e Momento no engaste: $X = \frac{pl^2}{8}$

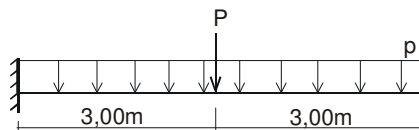
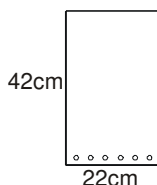
2. Verifique a viga abaixo quanto ao estado de deformação excessiva e quanto ao estado de fissuração inaceitável:

Dados: $f_{ck} = 30\text{MPa}$

Aço CA-50
 $d = h - 4\text{cm}$

$P = 65\text{KN}$ (ação permanente)

$p = g + q = 15\text{KN/m}$



Sendo: $g = 0,7p$ (ação permanente)

$A_s = 6\phi 12,5\text{mm}$

$q = 0,3p$ (ação acidental)

Fórmula da flecha para carga distribuída:
$$f = \frac{p.l^4}{384.EI}$$

Fórmula da flecha para carga concentrada:
$$f = \frac{P.l^3}{192.EI}$$

Momento máximo no vão (carga distribuída): $M_{\max} = \frac{pl^2}{24}$

Momento no engaste (carga distribuída): $X = \frac{pl^2}{12}$

Momento máximo no vão (carga concentrada): $M_{\max} = \frac{Pl}{8}$

Momento no engaste (carga concentrada): $X = \frac{Pl}{8}$

3. Verifique a viga abaixo quanto ao estado de deformação excessiva e quanto ao estado de fissuração inaceitável:

Dados: $f_{ck} = 20\text{MPa}$

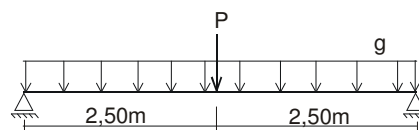
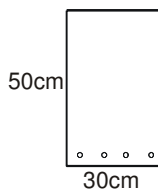
Aço CA-50

$d = h - 5\text{cm}$

$A_s = 4\phi 20\text{mm}$

$P = 90\text{KN}$ (ação acidental)

$g = 30\text{KN/m}$



Fórmula da flecha para carga distribuída: $f = \frac{5 \cdot p \cdot l^4}{384 \cdot EI}$

Fórmula da flecha para carga concentrada: $f = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot EI}$

Momento máximo no vão (carga distribuída): $M_{\max} = \frac{p l^2}{8}$

Momento máximo no vão (carga concentrada): $M_{\max} = \frac{P l}{4}$

RESPOSTAS: Estados Limites de Serviço

1. a) Verificação quanto ao estado de deformação excessiva

$f_{\text{total}} = 0,08\text{ cm} < f_{\text{lim}} = 1,26\text{ cm}$ – OK!

b) Verificação quanto ao estado de fissuração

$w = 0,12\text{ mm} < w_{k\text{ lim}} = 0,4\text{ mm}$ – OK!

2. a) Verificação quanto ao estado de deformação excessiva

$f_{\text{total}} = 1,71\text{ cm} < f_{\text{lim}} = 2,4\text{ cm}$ – OK!

b) Verificação quanto ao estado de fissuração

$w = 0,15\text{ mm} < w_{k\text{ lim}} = 0,4\text{ mm}$ – OK!

3. a) Verificação quanto ao estado de deformação excessiva

$f_{\text{total}} = 2,30\text{ cm} > f_{\text{lim}} = 2\text{ cm}$ – não passa !

b) Verificação quanto ao estado de fissuração

$w = 0,22\text{ mm} < w_{k\text{ lim}} = 0,4\text{ mm}$ – OK!
