

**Universidade Estadual de Campinas**  
**Faculdade de Engenharia Civil**  
**Departamento de Estruturas**

## **Sapatas**

**Notas de aula da disciplina**

**EC802 – Concreto II**

**Prof. Msc. Luiz Carlos de Almeida**

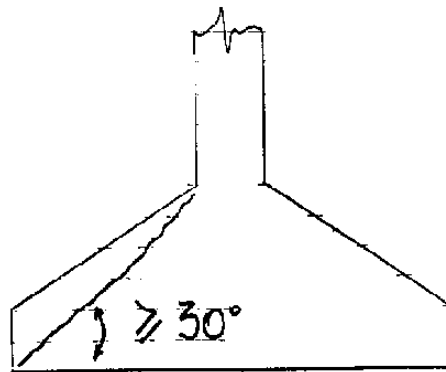
Janeiro/2004

## Sapatas Rígidas Isoladas

### Introdução

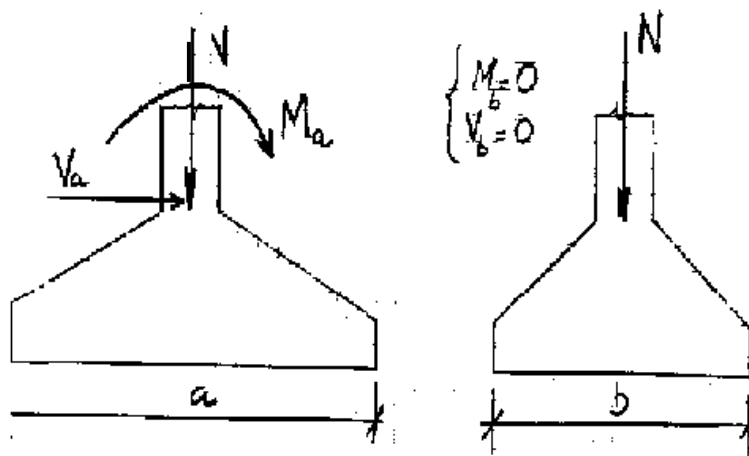
Sapata Isolada é quando a mesma não tem associação com nenhuma outra sapata e é dimensionada em função dos esforços de um só pilar.

Sapata rígida é aquela em que o ângulo com a horizontal, da biela da diagonal mais inclinada, é maior ou igual a  $30^\circ$ .



### Carregamentos

Os carregamentos da sapata são aqueles provenientes do pilar, isto é, esforço Normal (N), momento fletor (M) e esforço cortante (V).



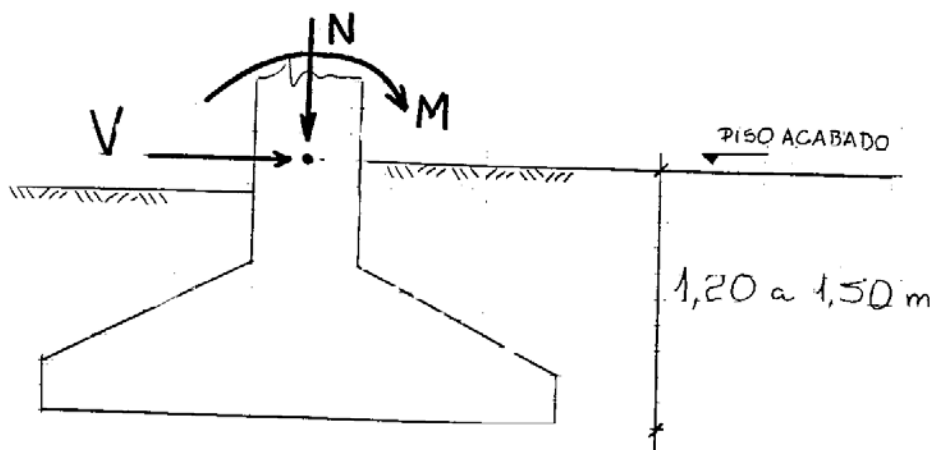
Serão apresentados os critérios de dimensionamento para sapatas submetidas à flexão reta, como apresentado na figura.

Vale observar que esta situação ocorre geralmente quando existe viga de travamento (viga de fundação) em apenas uma direção; no caso da figura acima existe viga de travamento na direção "b".

Se existir viga de travamento nas duas direções ("a" e "b") os critérios de dimensionamento aqui apresentados também continuam válidos, bastando tomar  $M_a$  e  $V_a$  também iguais a zero.

#### Ponto de aplicação dos esforços

O ponto de aplicação dos esforços provenientes do pilar deve ser tomado conforme a figura



#### Geometria da sapata

Tem-se:

$a, b$  - dimensões da sapata, em planta, na base;

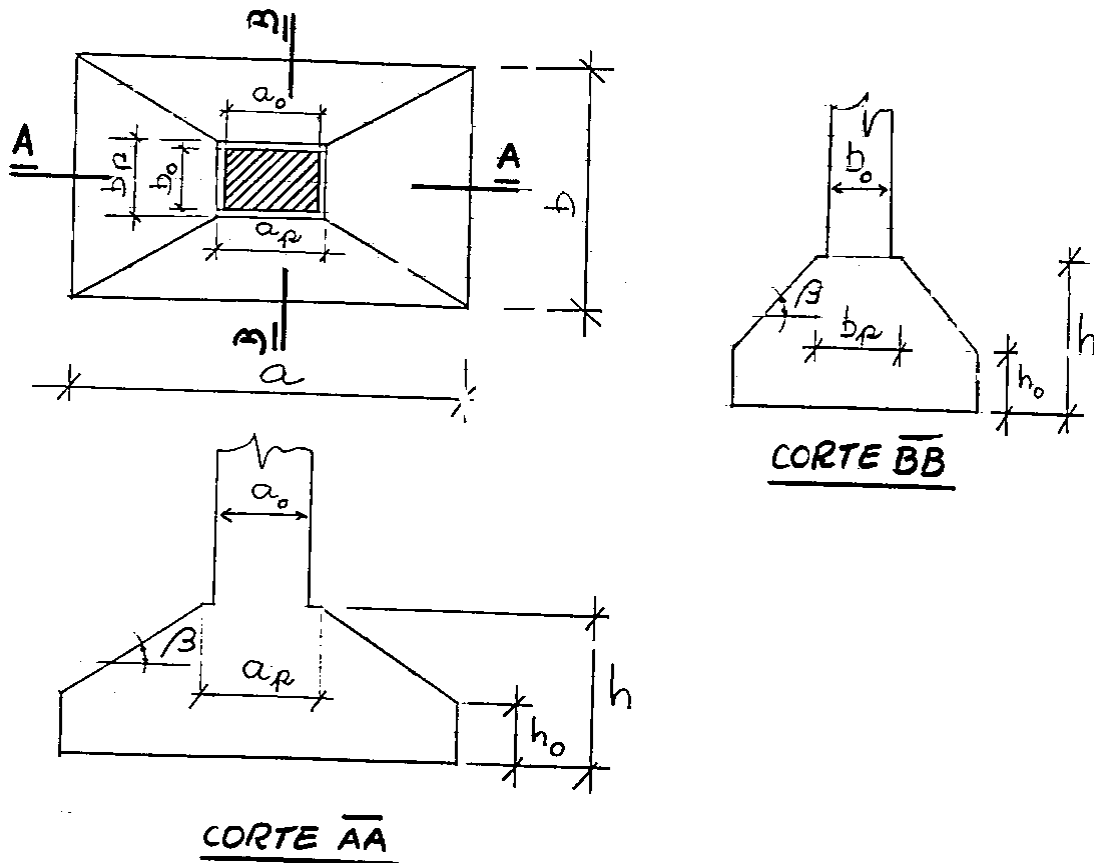
$h$  - altura da sapata;

$h_0$  - altura da "base" da sapata;

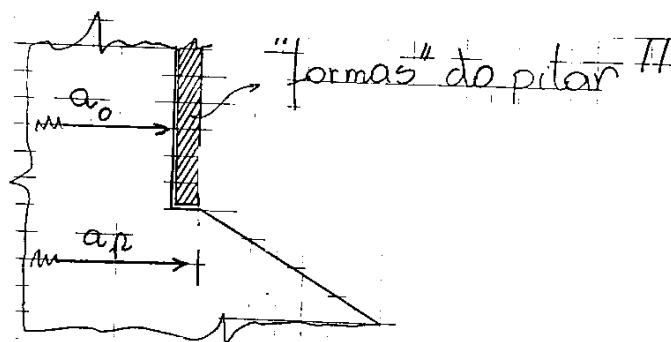
$\beta$  - inclinação das laterais da sapata;

$a_0, b_0$  dimensões do pilar;

$a_p, b_p$  dimensões, em planta, da sapata na região de ligação com o pilar.



Obs.: A diferença entre  $a_p, b_p$  e  $a_0, b_0$  deve ser tal que permita o posicionamento das formas do pilar, como mostra a figura.



## Definições Geométricas da sapata

### Altura da sapata (h)

Em geral, nas peças de concreto armado à mudança de direção do fluxo de tensões internas ("bielas") se faz segundo um ângulo que varia da ordem de 30° a 60°.

Desse modo o ângulo da biela da diagonal mais inclinada com a horizontal deve ser maior ou igual a 30°.

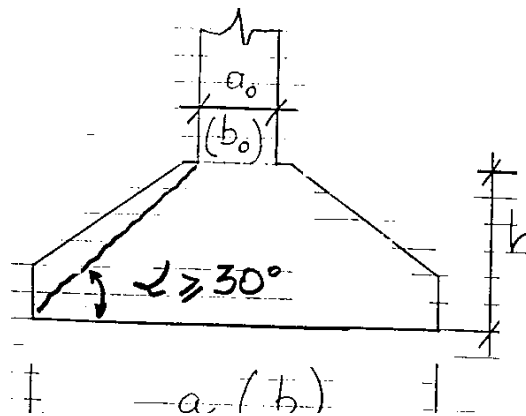
As sapatas serão consideradas rígidas quando a altura (h) respeitar as seguintes condições:

$$h \geq \frac{a - a_0}{3}$$

$$h \geq \frac{b - b_0}{3}$$

$$h \geq l_{b, \text{arranques}}$$

estas condições implicam em  $\alpha \geq 33,7^\circ$



A altura também deve permitir a ancoragem dos "arranques" dos pilares.

Por imposição de Norma, deve-se ter  $h \geq 25 \text{ cm}$

Altura da base da sapata:  $h_0 \geq 25 \text{ cm}$  e  $\frac{h}{4} \leq h_0 \leq \frac{h}{3}$

Inclinação das laterais da sapata:  $\beta \leq 20^\circ$ , para dispensar o uso de formas nas laterais.

## Dimensões, em planta, da base da sapata (a e b)

As dimensões da base da sapata (a e b) devem ser tais que respeitem os seguintes critérios de segurança quanto:

- Tensão máxima no solo;
- Escorregamento.

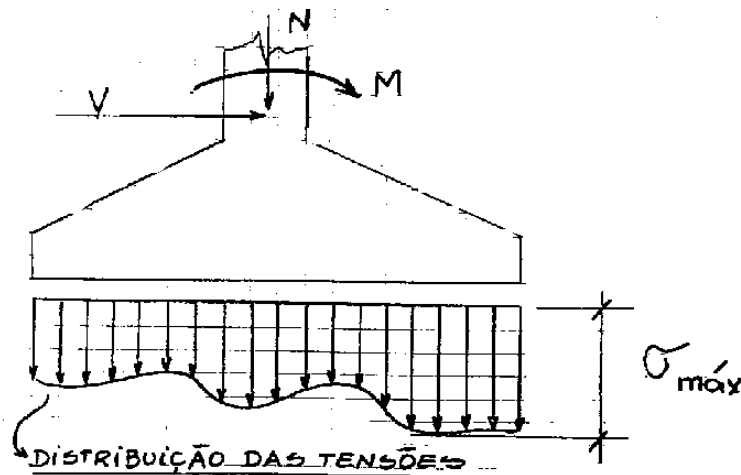
Dimensões mínimas impostas por norma:

- $a, b \geq 60$  cm residências,
- $a, b \geq 80$  cm edifícios.

## Tensão máxima no solo ( $\sigma_{\max}$ )

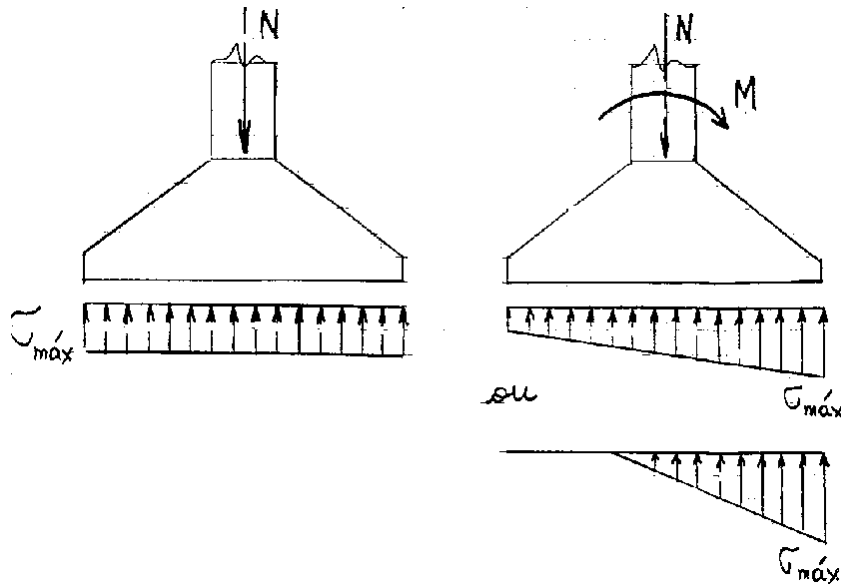
A área da base da sapata (a x b) deve ser tal que a tensão máxima aplicada ao solo seja menor do que a tensão admissível para aquele tipo de solo, isto é,  $\sigma_{\max} \leq \sigma$ .

A tensão máxima no solo é função da distribuição das tensões na superfície de contato solo/sapata. Esta distribuição não é uniforme:



Dentre outros fatores, esta distribuição é função das características solo, da rigidez e dimensões da sapata, da rigidez da superestrutura; da intensidade do carregamento externo; da profundidade de assentamento, tempo de carregamento, etc..

Na prática, adota-se para o dimensionamento das sapatas uma distribuição linear das tensões no solo, como mostrada na figura abaixo.



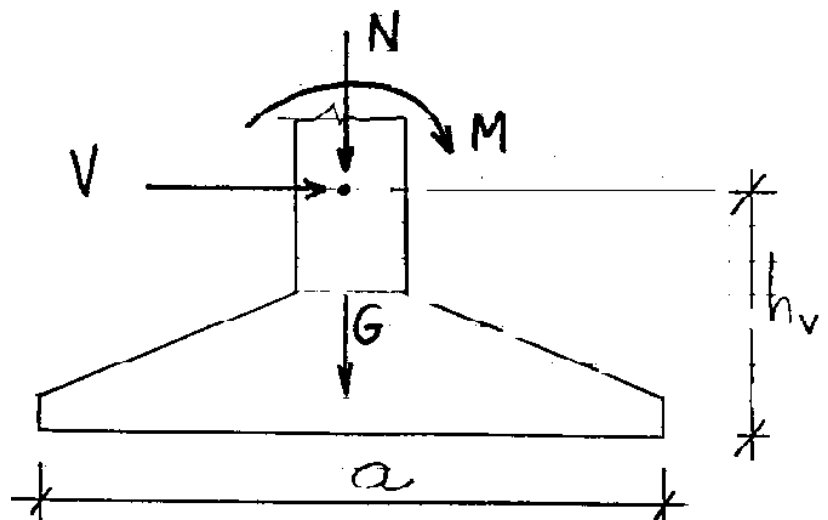
Da figura abaixo, define-se:

$$e = \frac{M + V * h_v}{N + G}$$

e = excentricidade

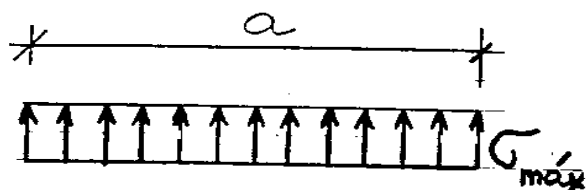
$$G \cong 0,05 * N$$

(estimativa do peso da sapata)



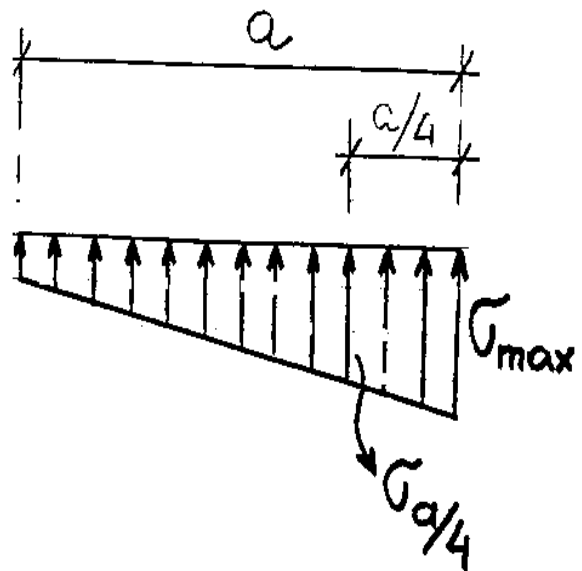
Conforme o valor de "e", tem-se uma das distribuições das tensões no solo e, conseqüentemente, uma das seguintes verificações:

$$e = 0,0 \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{N + G}{a * b} \leq \bar{\sigma}_{ADM}$$



$$e \leq \frac{a}{6} \Rightarrow$$

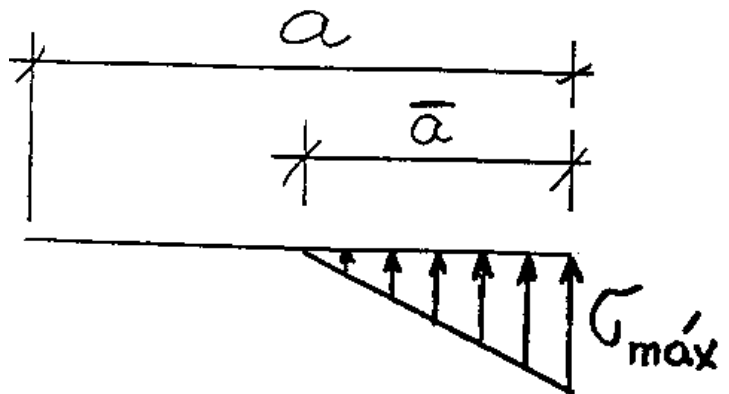
$$\sigma_{a/4} = \frac{N + G}{a * b} \left( 1 + \frac{3 * e}{a} \right) \leq \bar{\sigma}_{ADM}$$



$$\frac{a}{6} \leq e \leq \frac{a}{3} \Rightarrow \sigma_{max} = \left( \frac{N + G}{a * b} \right) \frac{4}{3} \left( \frac{1}{1 - \frac{2e}{a}} \right) \leq 1,3 * \bar{\sigma}_{ADM} \text{ . respeitando o}$$

limite de :  $e_g \leq \frac{a}{6}$

$e_g \rightarrow$  exc. resultante das cargas permanentes.



$$\bar{a} = \frac{3}{2} a \left( 1 - \frac{2e}{a} \right) \geq 0,5a$$

As dimensões mínimas da sapata são obtidas das equações acima, nas quais esta respeitando os limites admissíveis da tensão no solo.

### Segurança ao deslizamento

Na segurança ao deslizamento a Norma permite a consideração de empuxos passivos e o atrito entre a base da sapata e o solo. Deve-se adotar um coeficiente de segurança igual a 1,5 e fazer uma das seguintes verificações:

### Solos não coesivos:

$$V \leq \frac{(N + G)}{1,5} \operatorname{tg}\left(\frac{2}{3} \varphi\right)$$

### Solos coesivos

$$V \leq \frac{2}{3} * c * a * b * \frac{1}{1,5}$$

Onde:

$\varphi$  → ângulo de atrito interno do solo

$c$  → coesão do solo

$a; b$  → dimensões da sapata em planta.

### Dimensionamento da sapata

O dimensionamento da sapata é constituído pela verificação das tensões no concreto e cálculo da armadura de flexão.

### Verificação das tensões no concreto

No caso de sapatas rígidas, não há perigo de puncionamento mas devem-se verificar as tensões de compressão nas bielas.

Definidas as seções de referência e as tensões de referência, a verificação se procede através da seguinte condição:

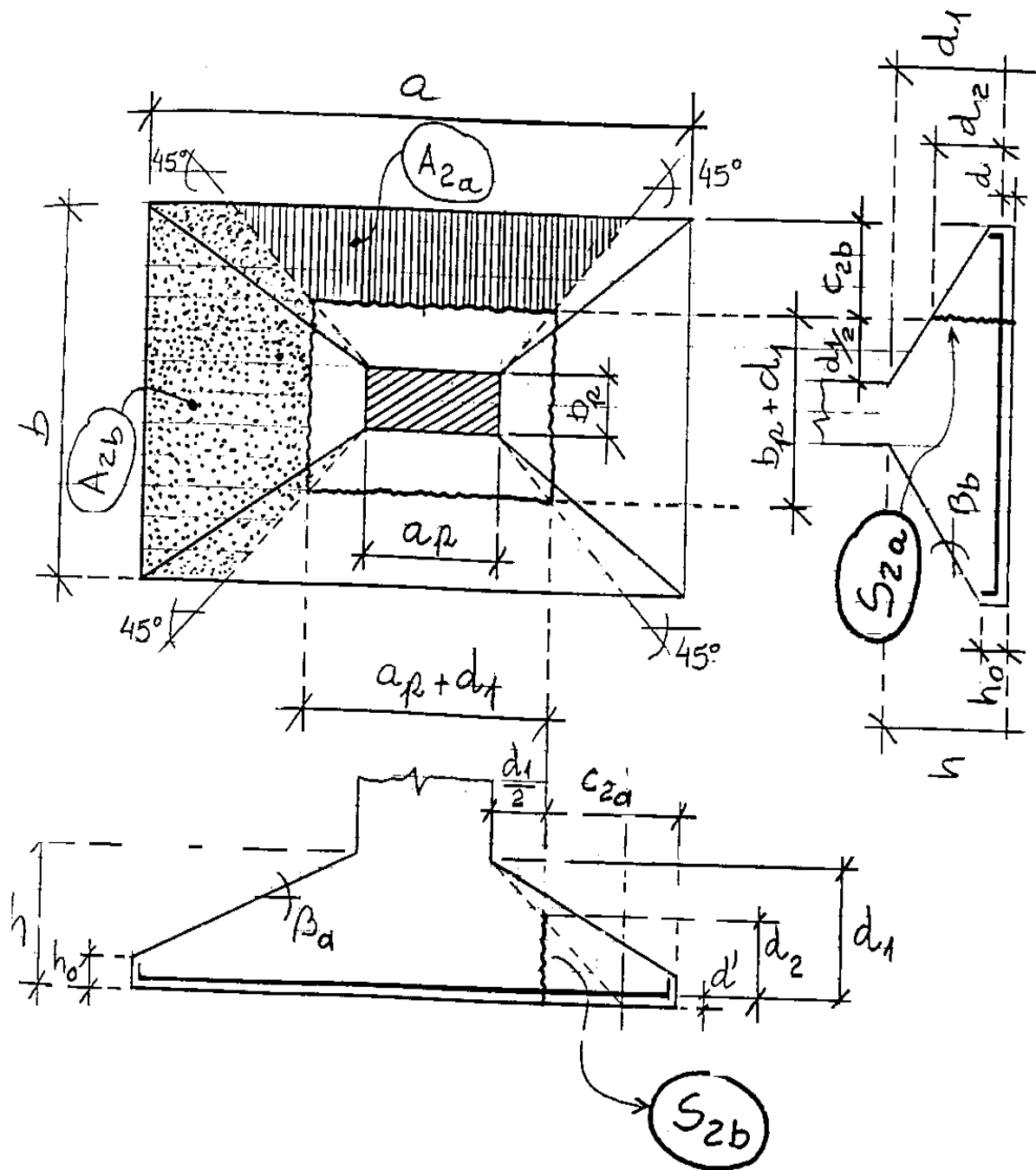
$$\tau_{2a,d} \leq 0,15 * f_{cd} \quad e \quad \tau_{2b,d} \leq 0,15 * f_{cd}$$

Onde:

$f_{cd}$  → resistência à compressão, de cálculo do concreto;

$\tau_{2a,d}$ ;  $\tau_{2b,d}$  → tensão de cisalhamento, de cálculo, nas seções de referência.

### Seções de referência



## Cálculo das seções de referência

$$S_{2a} = d_2(a_p + d_1)$$

$$S_{2b} = d_2(b_p + d_1)$$

Onde:

$d_2$  → altura útil da seção de referência, determinado geometricamente na seção;

$d_1$  → altura útil da sapata, em geral adota-se  $d_1 = h - 5\text{cm}$

$a_p$  e  $b_p$  → dimensões da sapata junto ao pilar;

$S_{2a}$  e  $S_{2b}$  → seções de referência.

## Tensões nas seções de referência

A tensão na seção de referência é uma tensão de cisalhamento e é obtida pelas expressões:

$$\tau_{2a,d} = \frac{V_{2a,d}}{S_{2a}} \quad \text{e} \quad \tau_{2b,d} = \frac{V_{2b,d}}{S_{2b}}$$

Onde:

$\tau_{2a,d}$ ; e  $\tau_{2b,d}$  → são as tensões de referência, de cálculo, nas seções de referência  $S_{2a}$  e  $S_{2b}$ ;

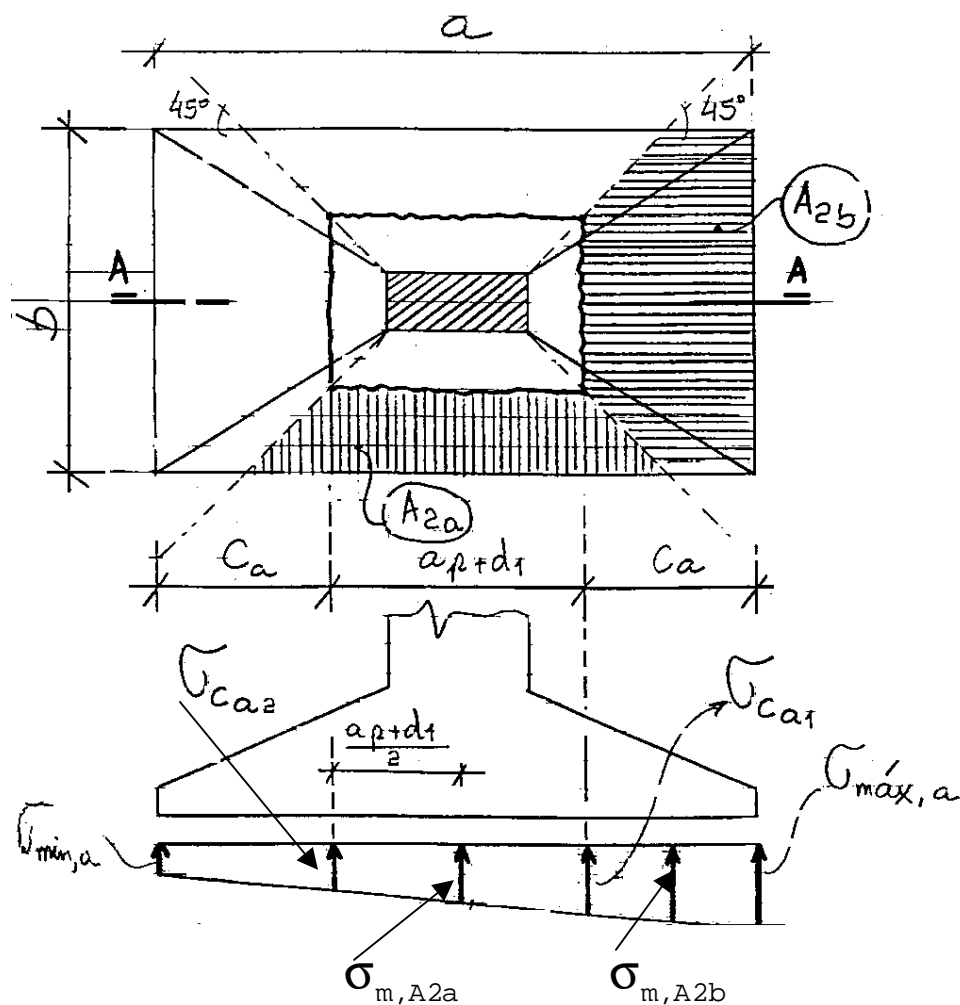
$V_{2a,d}$ ; e  $V_{2b,d}$  → esforço cortante, de cálculo, atuantes na seções  $S_{2a}$  e  $S_{2b}$

A seção de referência foi definida anteriormente, e o esforço cortante é determinado em função da tensão atuante na base da sapata, nas áreas  $A_{2a}$  e  $A_{2b}$ .

Da figura abaixo, onde está mostrada a distribuição de tensão na base da sapata, determina-se:

$$\sigma_{m,A2a} = \frac{\sigma_{ca1} + \sigma_{ca2}}{2}$$

$$\sigma_{m,A2b} = \frac{\sigma_{\max,a} + \sigma_{ca1}}{2}$$



Com as tensões médias nas áreas de referencia, determinam-se os esforços cortantes:

$$V_{2a} = A_{2,a} \cdot \sigma_{m,A2a} \quad \text{e} \quad V_{2b} = A_{2,b} \cdot \sigma_{m,A2b}$$

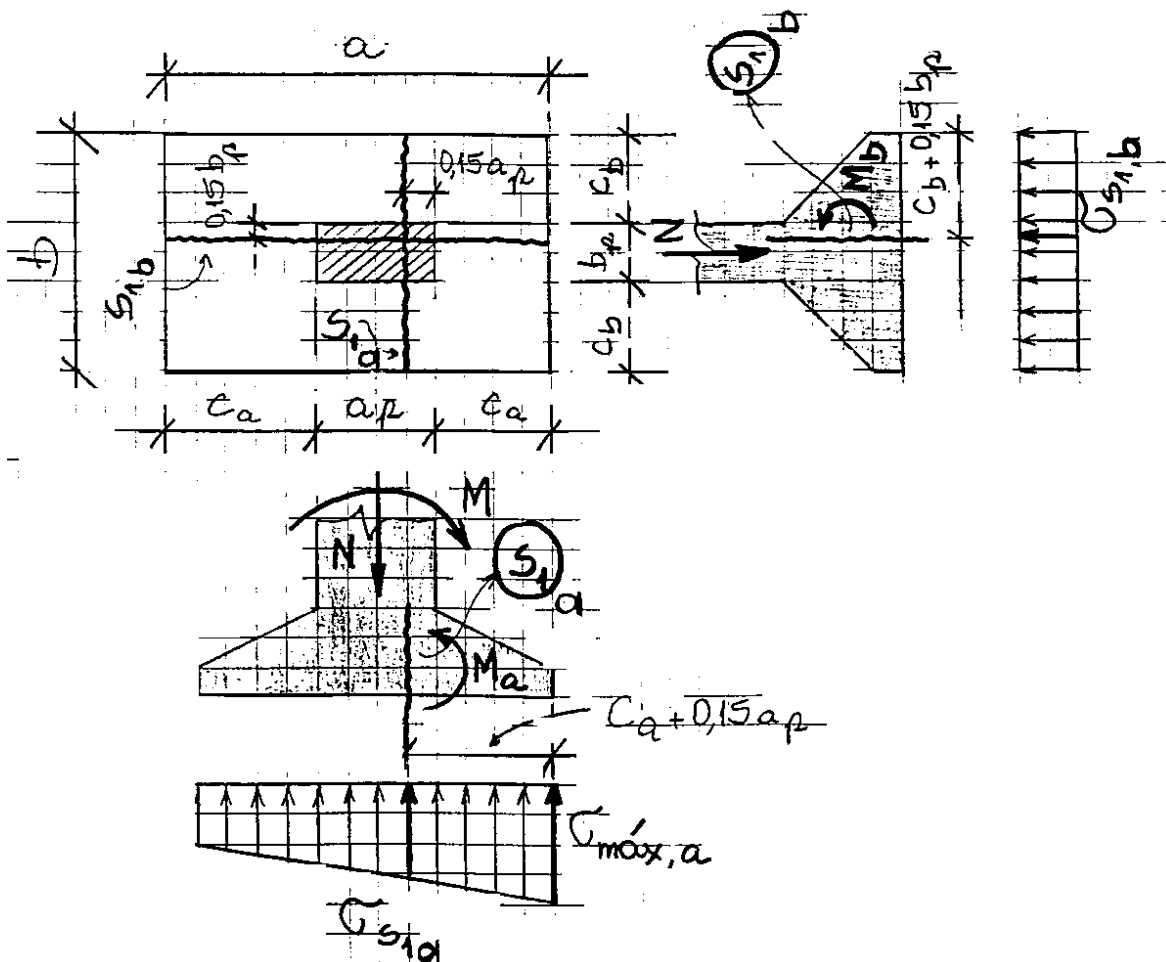
Substituindo os valores encontrados nas expressões das tensões na seção de referência, tem-se:

$$\tau_{2a,d} = \frac{1,4 * V_{2a}}{S_{2a}} = \frac{1,4 * V_{2a}}{d_2(a_p + d_1)} \leq 0,15f_{cd}$$

$$\tau_{2b,d} = \frac{1,4 * V_{2b}}{S_{2b}} = \frac{1,4 * V_{2b}}{d_2(b_p + d_1)} \leq 0,15f_{cd}$$

### Cálculo da armadura de flexão

A armadura de flexão é obtida a partir dos momentos nas seções  $S_{1a}$  e  $S_{1b}$  definidas na figura abaixo, calculadas a partir do "carregamento proveniente da distribuição de tensões na base da sapata.



Definindo-se então:

$M_a \rightarrow$  momento na seção de referência  $S_{1a}$

$M_b \rightarrow$  momento na seção de referência  $S_{1b}$

$A_{sa} \rightarrow$  área da armadura com barras paralelas ao lado "a",  
disposta na parte inferior da base da sapata

$A_{sb} \rightarrow$  área da armadura com barras paralelas ao lado "b",  
disposta na parte inferior da base da sapata

Obtém-se:

$$M_a = b \left[ \sigma_{s1,a} \frac{(C_a + 0,15a_p)^2}{2} + (\sigma_{\max,a} - \sigma_{s1,a}) \frac{(C_a + 0,15a_p)^2}{3} \right]$$

$$M_b = a \left[ \sigma_{s1,b} \frac{(C_b + 0,15b_p)^2}{2} \right]$$

$$\text{Onde: } \sigma_{s1,b} = \frac{\sigma_{\max,a} + \sigma_{s1,a}}{2}$$

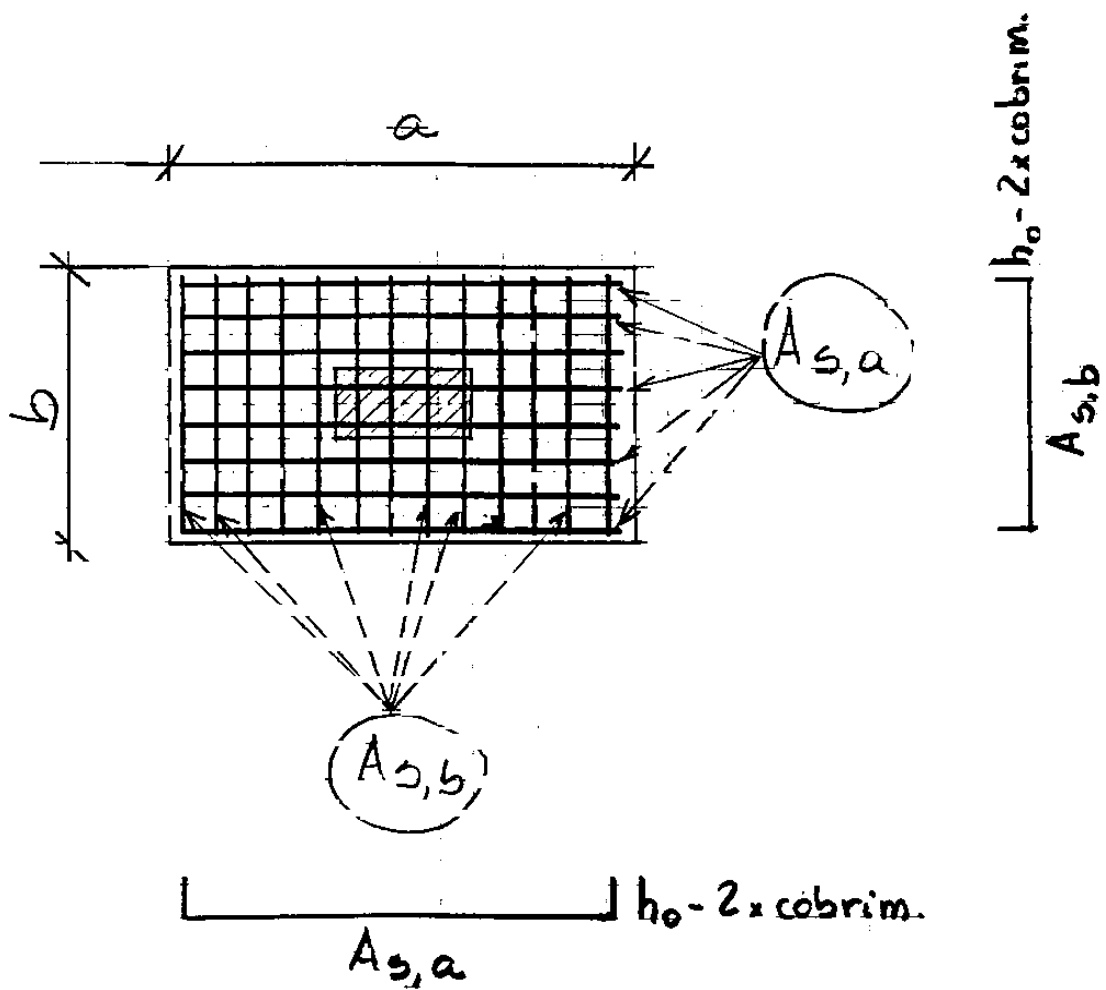
$$A_{sa} = \frac{1,4 * M_a}{0,8 * d * \sigma_s} \rightarrow [\text{cm}^2 / b]$$

$$A_{sb} = \frac{1,4 * M_b}{0,8 * d * \sigma_s} \rightarrow [\text{cm}^2 / a]$$

Onde :

$$\sigma_s = \frac{f_{yk}}{1,1 * 1,2 * 1,15}$$

## Distribuição das armaduras



Disposições construtivas

$$A_{s,a \text{ min}} = 0,10\% (b * h) \rightarrow [\text{cm}^2 / b]$$

$$A_{s,b \text{ min}} = 0,10\% (a * h) \rightarrow [\text{cm}^2 / a]$$

Espaçamento das barras:  $10 \leq e \leq 20 \text{ cm}$

Cobrimento das armaduras:  $c \geq 4 \text{ cm}$