UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL,ARQUITETURA E URBANISMO

Departamento de Estruturas

TRAÇÃO, COMPRESSÃO E LEI DE HOOKE

PROF DR. NILSON TADEU MASCIA

JUNHO DE 2006

1. TRAÇÃO, COMPRESSÃO E LEI DE HOOKE

1.1. Introdução

Nas construções, as peças componentes da estrutura devem ter geometria adequada e definida para resistirem às **ações** (forças existentes, como peso próprio, ação do vento, etc.) impostas sobre elas. Deste modo, as paredes de um reservatório de pressão têm resistência apropriada para suportarem as pressões internas; um pilar de um edifício tem resistência para suportar as cargas das vigas e assim por diante. Se o material não resistir às **ações** e romper, diz-se que ele atingiu um **estado limite último**, no caso, por **ruptura**.

Da mesma forma, um piso de um edifício deve ser rígido para evitar um deslocamento excessivo, que poderá provocar, em alguns casos fissuras no teto, tornando-o inadequado ao seu aspecto funcional; as peças de uma treliça devem ter uma rigidez que a impeça de sofrer deformações excessivas.

Se as peças ou a estrutura tiverem deslocamentos ou deformações excessivas, diz-se que a estrutura atingiu um **estado limite de utilização**.

Finalmente, uma peça de uma estrutura pode ter características geométricas tais que atingirá um estado limite por perda de estabilidade (**flambagem**).

Sob esta ótica, deve-se, na engenharia, procurar preencher requisitos apresentados para se ter segurança e economia.

Em síntese, a seleção dos materiais de uma estrutura se baseia em três fatores:

i. resistência;
ii. rigidez; e
iii. estabilidade.

Neste tópico serão abordados aspectos relativos à resistência e à rigidez em peças solicitadas à tração e à compressão.

2. OBJETIVO

Determinar e verificar seções transversais de peças componentes de uma estrutura, para que ela satisfaça certas condições de segurança contra à ruptura, ao deslocamento e à deformação excessiva quando submetida a esforços solicitantes.

3. TENSÕES E DEFORMAÇÕES

Seja a barra prismática mostrada na Figura 1.

Supõe-se a barra com seção constante e carregada por forças axiais que produzem alongamento uniforme ou **tração** na barra. Fazendo-se um corte *mn*, têm-se a Figura 1 (b) que por equilíbrio obtém-se:

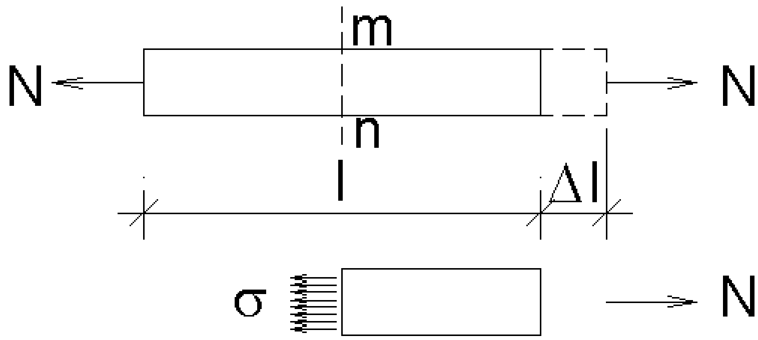

Figura 1 – Barras prismáticas

$$\sigma_x A = N$$

com N aplicada no C.G. da seção, ou

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

sendo σ denominado tensão normal e com a hipótese da tensão ser distribuída uniformemente na seção transversal.

Se N tiver sentido oposto ao da Figura 1 ter-se-ia **compressão** na barra.

Portanto se: $N > 0 \Rightarrow \sigma > 0 \equiv$ Tração
$N < 0 \Rightarrow \sigma < 0 \equiv$ Compressão

O alongamento total da barra será designado de Δl. Assim o alongamento por unidade de comprimento ou alongamento específico denominado **deformação** normal será:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Esta equação é válida para alongamento uniforme ao longo da barra.

Se: $N > 0 \Rightarrow \sigma > 0 \equiv$ Tração
$N < 0 \Rightarrow \sigma < 0 \equiv$ Compressão

Notar que tem dimensão de $[F].[L]^{-2}$ e a deformação normal é adimensional $[L].[L]^{-1}$ (mm/mm, με).

4. DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Os diagramas tensão-deformação (σ x ε) são obtidos através de ensaio de tração ou compressão, onde é aplicada uma força crescente num corpo de prova e medido o seu alongamento para diversas etapas do carregamento. As tensões são determinadas pela relação $F_i/A = \sigma_i$ e as deformações por $\Delta l_i/l = \sigma_i$.

Consideram-se, a seguir, diversos tipos de diagramas σ x ε de vários materiais de construção.

Inicialmente, observa-se a existência de materiais como aço[1] e o alumínio, que apresentam grandes deformações antes da ruptura; outros porém, como o vidro, o ferro fundido ou o concreto, rompem sem que o material apresente grandes deformações:

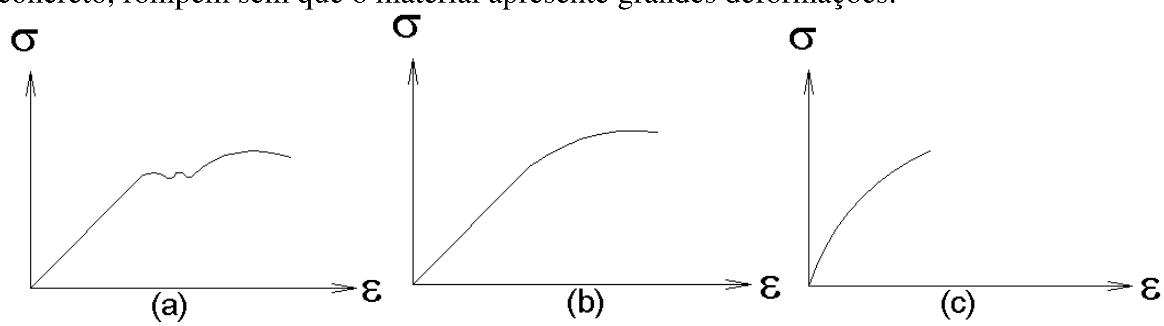

Figura 2 – Diagramas Tensão-Deformação

Os materiais que seguem os diagramas da Figura 2 (a), (b) são denominados materiais *dúcteis* e os que seguem a Figura 2 (c) são chamados *frágeis*. Nessas condições, pode-se afirmar que nos materiais dúcteis a ruptura se faz anunciar por intermédio de grandes deformações e nos frágeis não há grandes deformações (ferro fundido, concreto).

Os materiais dúcteis podem apresentar dois diagramas característicos:

i. com escoamento definido (aço);
ii. sem escoamento definido (alumínio)

como podemos observar na Figura 3.

[1] Quanto maior a quantidade de carbono maior a resitência e menor a ductilidade.

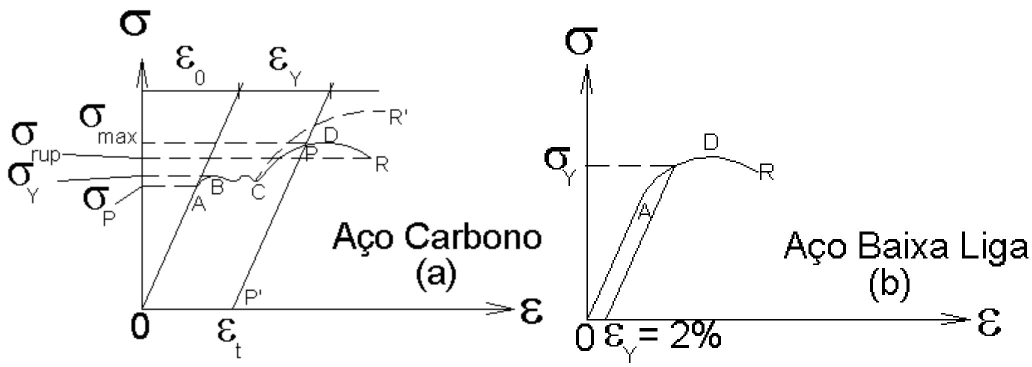

Figura 3

No caso de materiais com escoamento definido, pode-se observar o seguinte:

a. A maioria dos diagramas σ x ε é linear até um determinado ponto *A*. Neste trecho as tensões são diretamente proporcionais às deformações. Além deste ponto, as tensões já não são proporcionais às deformações e o ponto *A* é chamado de **limite de proporcionalidade** e a tensão em *A* é a tensão de proporcionalidade.

b. A partir deste limite, as deformações crescem mais rapidamente que as tensões até atingir o ponto *B*, pouco distante de *A*, onde se verifica, sem aumento de tensão, um notável acréscimo de deformação até atingir o ponto *C*. Este fenômeno é conhecido como **escoamento** do material e a tensão no ponto *B* é denominada **tensão de escoamento** σ_y. Na região *BC*, diz-se que o material tornou-se **plástico** e a barra pode realmente deformmar-se plasticamente, da ordem de 10 a 15 vezes o alongamento ocorrido até o limite de proporcionalidade.

c. No ponto *C*, o material começa a oferecer resistência ao aumento de carga voltando as deformações a crescer com as tensões, segundo uma curva diferente de uma linha reta. Ao atingir o ponto *D* tem-se tensão máxima, que é o limite de resistência. Além deste ponto, as deformações crescem e não são acompanhadas pelas tensões, que decrescem, atingindo-se assim o ponto *R*, onde ocorrem a ruptura do material.

d. Se o material atingir um ponto *P* com tensão maior que a de escoamento e se deformou, ao se retirar a carga atuante no corpo de prova, as tensões e deformações decrescem de maneira linear ao longo da reta *PP'*, praticamente paralelo a *OA* da curva de carregamento. O fato de ε não voltar ao ponto *O* implica que o material sofreu uma **deformação permanente** ou **plástica** (ε_y).

e. Durante o alongamento da barra há uma contração lateral, que resulta na diminuição da área da seção transversal. Isto não tem efeito no diagrama σ x ε até o ponto *C*, porém a partir deste ponto a diminuição da área afeta de maneira considerável o cálculo da tensão. Ocorre **estricção** da barra e tornando-se a área real da seção reduzida, fará com que a curva do diagrama tensão-deformação verdadeiro siga a linha interrompida *CR'*. Assim, a carga total que a barra resiste não diminui por falta de resistência ao se atingir a tensão máxima, mas sim pela diminuição da área da seção. Entretanto, para fins práticos o diagrama tensão-deformação convencional, baseado na seção transversal original dá informações satisfatórias.

No caso de materiais dúcteis sem escoamento definido, como não há um patamar definido de escoamento, defini-se a tensão de escoamento tomando-se uma deformação de $\varepsilon_y = 2\%$ e por esse ponto traça-se uma reta paralela ao trecho linear da curva de carregamento. A tensão σ encontrada na interseção é a tensão convencional de escoamento σ_y.

5. ELASTICIDADE

Quando um corpo de prova de um material durante um ensaio, por exemplo, de tração, é descarregado, a deformação sofrida durante o carregamento pode desaparecer parcial ou totalmente. A propriedade do material, pela qual ele tende a retornar à forma original é denominada **elasticidade**. Quando a barra volta totalmente à forma original, ela é perfeitamente elástica, mas se não retornar ela é parcialmente elástica e a deformação que fica é a deformação permanente.

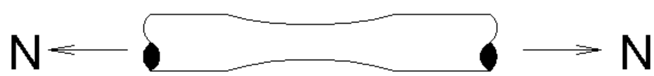

Figura 4

Alguns materiais elásticos apresentam uma relação essencialmente linear entre tensão e deformação. Tais materiais são chamados de **linearmente elásticos** (aço). Outros são **não-linearmente elásticos** (borracha), como mostra a figura.

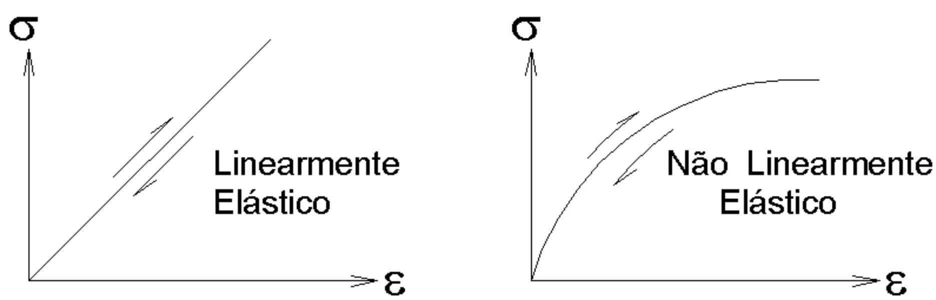

Figura 5

Define-se limite elástico o ponto em que a tensão induz uma deformação permanente. Para os aços essa tensão é equivalente a do limite de proporcionalidade. Para a borracha o limite elástico pode continuar muito além do limite de proporcionalidade.

6. LEI DE HOOKE

A relação linear entre tensão e deformação pode ser expressa por

$$\sigma = E \times \varepsilon$$

onde E é uma constante de proporcionalidade conhecida como **módulo de elasticidade**2. É o coeficiente angular da parte linear do diagrama σ x ε e é diferente para cada material.

Alguns valores de E:

Aço: 2 100 000 Kgf/cm^2 (210 000 MPa)
Madeira: 100 000 Kgf/cm^2 (10 000 MPa)
Concreto: 200 000 Kgf/cm^2 (20 000 MPa)

Obs.: Gráfico σ x ε

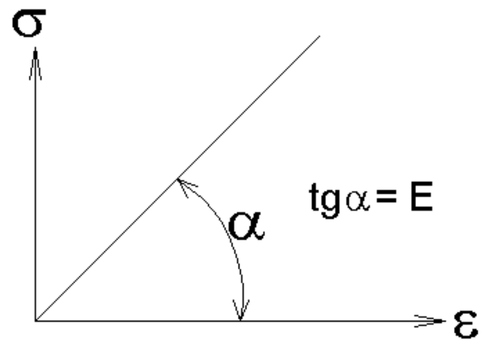

Figura 6

Substituindo-se $\varepsilon = \Delta l/l$ e $\sigma =$ N/A na expressão $\sigma = E\,\varepsilon$, obtém-se:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

Esta equação mostra que o alongamento de uma barra linearmente elástica é diretamente proporcional à carga e ao comprimento e inversamente proporcional ao módulo de elasticidade e à área da seção. O produto EA é chamado de **rigidez axial**.

7. COEFICIENTE DE POISSON *(S.D. Poisson, 1781-1840)*

O alongamento Δl sempre é acompanhado de um decréscimo de dimensão transversal d da barra. A relação entre a deformação transversal e a deformação longitudinal dentro da região elástica é conhecida por **coeficiente de Poisson**. Assim:

$$\nu = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_1}$$

com $\varepsilon_t = \Delta d/d$; $\varepsilon_l = \Delta l/l$.

Para os materiais que tem as mesmas propriedades elásticas em todas as direções, denominados **isotrópicos**, Poisson achou $\nu = 0{,}25$. Mais tarde será visto que: $0 < \nu < 0{,}5$.

[2] Também conhecida como Módulo de Young.

Obs.: Nestas notas não se fez menção direta se está utilizando ensaio de tração ou de compressão para o desenvolvimento dos tópicos, visto que em ambos o comportamento de muitos materiais, principalmente se elásticos e isótropos, são semelhantes.

8. ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

Uma grandeza importante no estudo de Resistência dos Materiais é o trabalho executado pela carga durante a deformação da barra solicitada por força normal. Este trabalho é chamado de energia de deformação U.

Seja uma barra com rigidez constante solicitada por uma força axial N. Para se calcular o trabalho produzido pela força N e pelo alongamento Δl não seria correto fazer $U = N.\Delta l$, pois a carga N não é aplicada instantaneamente na barra, mas sim de maneira crescente de *0* até N, como é mostrado na Figura 7. Isto é válido se o material seguir a Lei de Hooke.Tomando-se uma ordenada x a partir da barra ainda não alongada, um valor de Nx de N será proporcional a x, conforme a lei de Hooke. Um incremento dNx na carga produzirá um incremento dx na barra. O trabalho executado por Nx durante o acréscimo do alongamento é $dU = Nxdx$ e o trabalho total vale:

$$U = \int_0^{\Delta l} dU$$

$$U = \int_0^{\Delta l} N_x dx$$

Mas: $Nx = EA/l.x$. Portanto

$$U = \int_0^{\Delta l} \frac{EA}{l} dx = \frac{EA}{2l}\Delta l^2 = \frac{EA}{l}\Delta l \frac{\Delta l}{2}$$

ou

$$U = \frac{1}{2} N \Delta l$$

que é numericamente a área hachurada da figura 7 (b).

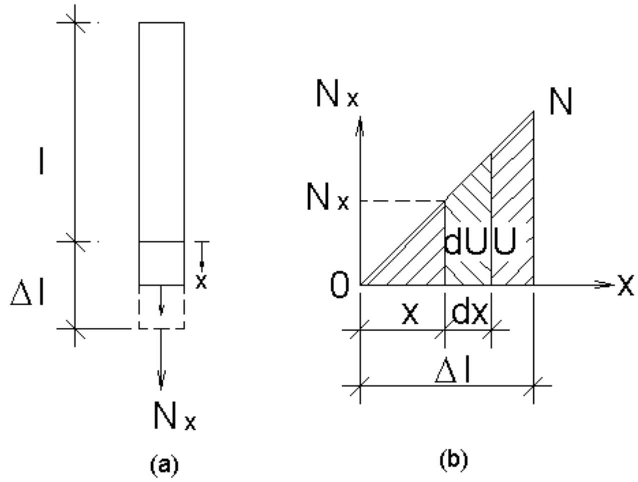

Figura 7

9. TENSÃO ADMISSÍVEL

O dimensionamento é a determinação das dimensões das peças. Para tanto é preciso fixar, para cada material, a tensão máxima que pode ser atingida, mantendo condições de segurança, quando da aplicação de esforços. Esta tensão recebe o nome de **tensão admissível** (σ_{adm} ou $\overline{\sigma}$).

A relação entre a tensão máxima que o material poderia suportar e a tensão admissível é definida como coeficiente de segurança (γ):

$$\gamma = \frac{\sigma_{max}}{\overline{\sigma}} \quad \text{ou} \quad \overline{\sigma} = \frac{\sigma_{max}}{\gamma}$$

O coeficiente de segurança deve cobrir as falhas existentes nas suposições de cálculo; nas variações involuntárias dos materiais e os excessos excepcionais das cargas previstas.

O dimensionamento no caso de esforço axial de tração ou de compressão é a determinação da área da seção transversal (A) de modo que:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \overline{\sigma} \quad \text{ou} \quad A \leq \frac{N}{\overline{\sigma}}$$

onde σ é a tensão atuante.

Obs.: Nos casos de materiais dúcteis σ_{max} vale σ_y e nos casos de materiais frágeis σ_{max} vale σ_{rup}.

BIBLIOGRAFIA PARA TRAÇÃO, COMPRESSÃO E LEI DE HOOKE

1. SCHIEL, F. Introdução à Resistência dos Materiais. Harper & Row do Brasil. 1984.

2. TIMOSHENKO, S.P. e GERE, J.E. Mecânica dos Sólidos. Volume 1 e 2. Livros Técnicos e Científicos Editora. 1983.

3. BEER, F.P. e JOHNSTON Jr., E.R. Resistência dos Materiais. Editora McGraw-Hill Ltda. 1982.

4. POPOV, E.P. Introdução à Mecânica dos Sólidos. Editora Edgard Blücher. 1974.